

## TEMA 7. ESTÁTICA DE FLUIDOS

### 1. Concepto de fluido

Un fluido es una sustancia en estado líquido o gaseoso en la cual, a diferencia de las sustancias en estado sólido, las fuerzas intermoleculares son más débiles (de hecho, son prácticamente inexistentes en los gases), lo cual permite la deformación en el seno de dichas sustancias por aplicación de fuerzas externas.

Los líquidos fluyen bajo la gravedad hasta ocupar las zonas más bajas posibles del recipiente que los contiene. Los gases se expanden hasta llenar el recipiente.

En los gases, las moléculas interactúan poco entre sí excepto cuando colisionan. En cambio, en los líquidos se forman transitoriamente enlaces de corto alcance entre sus moléculas. Dichos enlaces se rompen continuamente debido a la energía cinética interna de las moléculas y después vuelven a formarse. Estos enlaces mantienen unido el líquido. Si no existieran, el líquido se vaporizaría inmediatamente y las moléculas escaparían en forma de vapor.

Ejemplos de fluidos: el agua, el aire, el mercurio, etc.

No podemos entender la física de fluidos sin estudiar dos magnitudes escalares como la densidad y la presión, que juegan en este caso el mismo papel que la masa y la fuerza, respectivamente, en la dinámica de partículas.

### 2. Densidad y presión en un fluido

#### 2.1. Densidad

Definimos la **densidad de una sustancia de masa  $m$  y volumen  $V$**  como:

$$\text{Densidad} = \frac{\text{masa}}{\text{volumen}} \Rightarrow \rho = \frac{m}{V}$$

**La densidad depende de la temperatura y de la presión.** La relación que expresa esta dependencia se llama **ecuación de estado**. Habitualmente para el caso de los líquidos, supondremos pequeñas variaciones de presión (incompresibilidad). No así en el caso de los gases.

La unidad SI es el  $\frac{kg}{m^3}$ .

Por ejemplo, la densidad máxima del agua a una temperatura de 4 °C es:

$$\rho_{agua} = 1000 \frac{kg}{m^3}.$$

Se usa como referencia para definir la **densidad específica**, que es el **cociente entre la densidad de una sustancia y la del agua**. Carece de unidades.

En el caso del aluminio:

$$\rho_{Al} = 2,7 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3} \Rightarrow \rho_{Al}(específica) = \frac{\rho_{Al}}{\rho_{agua}} = \frac{2,7 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}}{10^3 \frac{kg}{m^3}} = 2,7$$

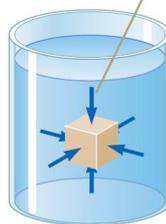
Esto quiere decir que, para un volumen determinado, el aluminio tiene 2,7 veces la masa del mismo volumen de agua.

También se puede definir el **volumen específico** como el **recíproco de la densidad**, es decir, como **el volumen ocupado por la unidad de masa**.

## 2.2. Presión

La presión es el esfuerzo perpendicular a una superficie dada. Por ejemplo, cuando se sumerge un objeto en un fluido como el agua, dicho fluido ejerce una fuerza perpendicular a la superficie del cuerpo en cada punto.

En cualquier punto sobre la superficie del objeto, la fuerza que ejerce el fluido es perpendicular a la superficie del objeto.



La presión se mide en unidades de fuerza (módulo) por unidad de superficie:

$$Presión = \frac{fuerza}{superficie} \Rightarrow P = \frac{F}{S}$$

La unidad SI es el **pascal (Pa)**:  $1 Pa = \frac{1N}{1m^2}$ .

Otras unidades son:

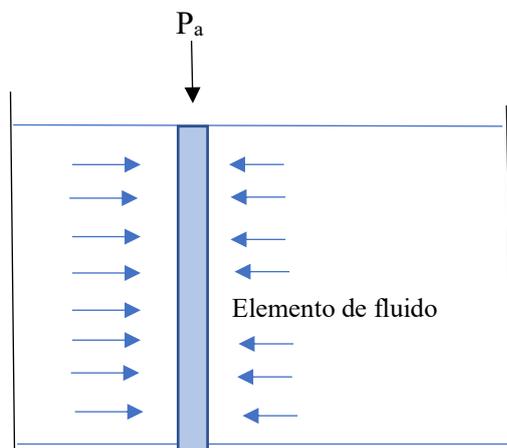
- **Atmósfera** (atm): corresponde aproximadamente a la presión del aire a nivel del mar.  $1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$ .
- **Milibar** (mbar): usada antiguamente en Meteorología, equivale aproximadamente a  $100 \text{ Pa} = 1 \text{ hPa}$ .
- **Torr** (torr): corresponde con la presión equivalente de una columna de 1 mm de mercurio a nivel del mar. Desaparece del SI en 2006, aunque todavía se usa en ciertos contextos. Se corresponde con la presión de una atmósfera:

$$760 \text{ torr} = 1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$$

En general, la presión de un fluido puede variar de un punto a otro, es decir, la presión es función de la posición.

La presión de un fluido en reposo se puede evaluar fácilmente por relaciones mecánicas. Por ejemplo, si queremos determinar la presión del agua en el fondo de un lago de profundidad  $h$  en equilibrio hidrostático (la presión de cualquier punto de un fluido en reposo es debida al peso del fluido que hay encima):

Sea  $P_a$  la presión atmosférica en la superficie del lago. Sobre un elemento de fluido cualquiera actúan las fuerzas ejercidas por el resto del fluido.



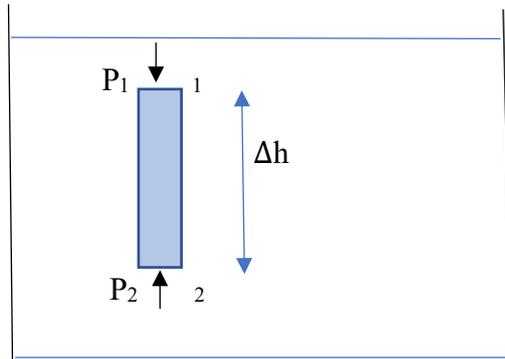
Las fuerzas laterales se anulan unas con otras (si no fuera así, el elemento de fluido se movería). Por tanto, la única fuerza ejercida por el resto del fluido, que es equilibrada por la fuerza del suelo, es el peso de la columna de fluido más la fuerza correspondiente a la presión  $P_a$ :

$$P = P_a + \rho gh$$

Donde  $\rho gh$  es la llamada **presión manométrica**. Por eso la presión aumenta a medida que se baja hacia el fondo.

En el caso de la atmósfera, la máxima presión la tenemos en superficie, y disminuye a medida que nos alejamos de la Tierra.

Supongamos ahora que, dentro del mismo lago, calculamos las fuerzas sobre un cilindro vertical de área  $S$  y altura  $\Delta h$ .



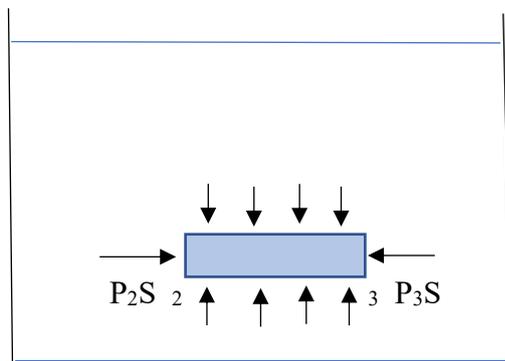
Por lo visto anteriormente:

$$\underbrace{P_2 \cdot S}_{\text{Fuerza en el punto 2}} = \underbrace{P_1 \cdot S}_{\text{Fuerza en el punto 1}} + \underbrace{\rho g S \Delta h}_{\text{Peso de la columna de agua}}$$

Dividiendo todo entre  $S$ :

$$P_2 = P_1 + \rho g \Delta h$$

Cuando hacemos lo mismo entre los puntos 2 y 3:



Vemos que todas las fuerzas se compensan (incluso las transversales  $P_2S$  y  $P_3S$ ). Por tanto,  $P_3 = P_2$  y se cumple que:

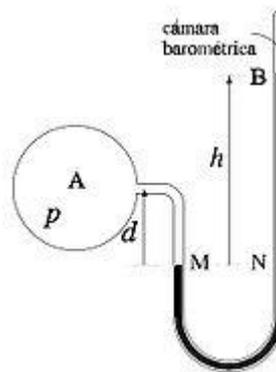
$$P_3 = P_1 + \rho g \Delta h$$

Así pues, al aumentar la presión sobre un punto cualquiera de un fluido, dicho aumento es el mismo en todo el seno del fluido.

Las ecuaciones anteriores son una particularización de la **ecuación fundamental de la hidrostática**, que nos dice que la presión  $P_B$  a la altura  $h_B$  es igual a la presión  $P_A$  a la altura  $h_A$  más el peso de la columna que hay encima:

$$P_B = P_A + \rho g(h_B - h_A)$$

A partir de este resultado podemos entender el funcionamiento del **manómetro**, que nos permite determinar diferencias de presión. Consiste en un tubo en forma de U relleno con agua o mercurio. La diferencia de altura del líquido en ambos extremos del tubo determina la diferencia de presión siguiendo la ecuación de la hidrostática.

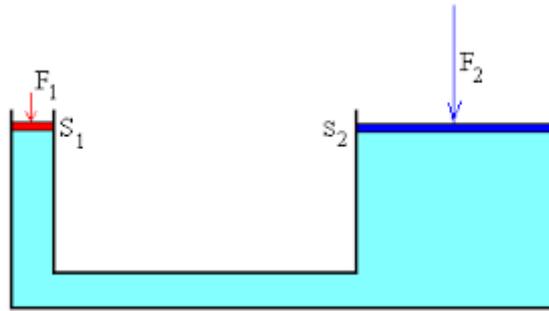


El **barómetro** es un caso particular de manómetro, donde en uno de los extremos se hace el vacío y el otro está abierto, en contacto directo con la atmósfera. En ese caso, la presión sobre la superficie del fluido será la presión atmosférica.

### 3. Principio de Pascal

La presión ejercida sobre un fluido incompresible en equilibrio estático dentro de un recipiente de paredes indeformables se transmite con igual intensidad en todas las direcciones y en todos los puntos del fluido.

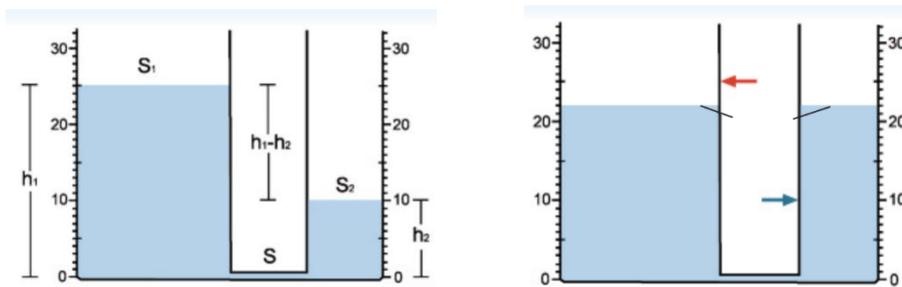
Una aplicación común del principio de Pascal lo constituye el elevador o prensa hidráulica.



Se cumple:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$

Una consecuencia del principio de Pascal es el fenómeno de los **vasos comunicantes**: sean dos recipientes de secciones  $S_1$  y  $S_2$  que están comunicados por un tubo de sección  $S$  inicialmente cerrado. Si las alturas iniciales del fluido en cada recipiente son distintas, al abrir el tubo de comunicación, el fluido pasa de un recipiente a otro hasta que las alturas se igualan.



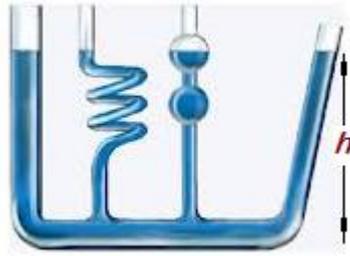
La altura del recipiente con mayor altura inicial disminuirá, y en el otro recipiente aumentará. La cantidad de fluido no cambia, de forma que:

$$\rho g S_1 h_1 + \rho g S_2 h_2 = \rho g (S_1 + S_2) h_{equilibrio}$$

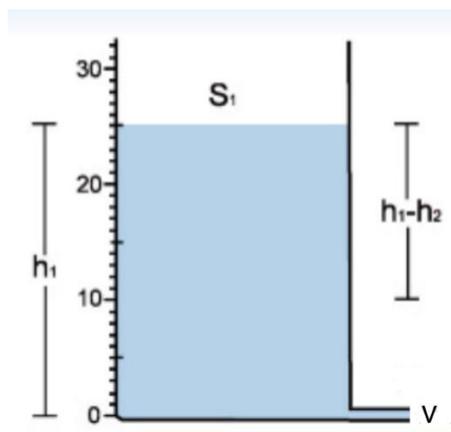
Simplificando términos:

$$S_1 h_1 + S_2 h_2 = (S_1 + S_2) h_{equilibrio}$$

Paradoja hidrostática: aunque los vasos comunicantes tengan formas diferentes, el nivel de equilibrio  $h_{equilibrio}$  será el mismo. Esto es debido a lo ya visto anteriormente: la presión del fluido solo depende de la profundidad y no depende del recipiente.



En los vasos comunicantes, la velocidad del fluido en el tubo de comunicación será proporcional a la raíz cuadrada de la diferencia de alturas:



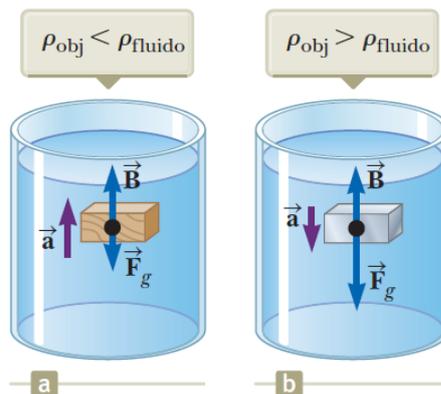
$$v = \sqrt{2g(h_1 - h_2)}$$

#### 4. Principio de Arquímedes

Todo objeto total o parcialmente sumergido en un fluido experimenta una fuerza ascensional igual al peso del volumen del fluido desplazado.

Vamos a estudiarlo de manera más detallada.

Sea un objeto de densidad  $\rho_{obj}$ . Dicho objeto se introduce en el seno de un fluido de densidad  $\rho_{fluido}$ .



La fuerza ascensional (empuje  $\vec{B}$ ) que experimenta el objeto es proporcional al volumen del fluido desplazado:

$$\vec{B} = \rho_{fluido} V g \hat{j}$$

Cuyo módulo es el peso del fluido desplazado.

El peso del objeto:

$$\vec{F}_g = -\rho_{obj} V g \hat{j}$$

Definimos el peso aparente  $\vec{a}$ :

$$\vec{a} = \vec{F}_g + \vec{B} = (\rho_{fluido} - \rho_{obj}) V g \hat{j}$$

Condiciones de flotabilidad:

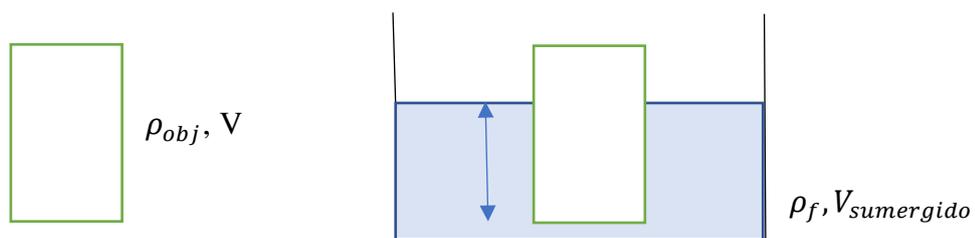
$$\rho_{obj} > \rho_{fluido} \Rightarrow \text{El objeto se hunde}$$

$$\rho_{obj} < \rho_{fluido} \Rightarrow \text{El objeto flota}$$

$$\rho_{obj} = \rho_{fluido} \Rightarrow \text{Equilibrio}$$

Una consecuencia del principio de Arquímedes es que podemos determinar la fracción sumergida de un objeto flotante en cualquier fluido.

Sea un objeto de densidad  $\rho_{obj}$  y volumen  $V$ . Si lo sumergimos en un fluido de densidad  $\rho_f$ :



Condición de equilibrio:

$$|\vec{B}| = |\vec{F}_g| \Rightarrow \rho_f V_{sumergido} g = \rho_{obj} V g$$

Simplificando y operando:

$$\frac{V_{sumergido}}{V} = \frac{\rho_{obj}}{\rho_f}$$

Precisamente en esto se basan instrumentos como la balanza hidrostática (en el caso de sólidos) y el densímetro (en el caso de líquidos).

## 5. Fenómenos capilares

La **cohesión** es la fuerza de atracción entre partículas de un mismo cuerpo, mientras que la **adhesión** es la propiedad de la materia por la cual se unen las superficies de sustancias (iguales o diferentes) cuando entran en contacto, y se mantienen juntas por fuerzas intermoleculares.

La cohesión interna es un atributo básico que distingue a los líquidos de los gases. Una consecuencia de ello es la **tensión superficial**, un tipo de fuerza que actúa únicamente en la superficie del fluido y apunta hacia el interior de este.

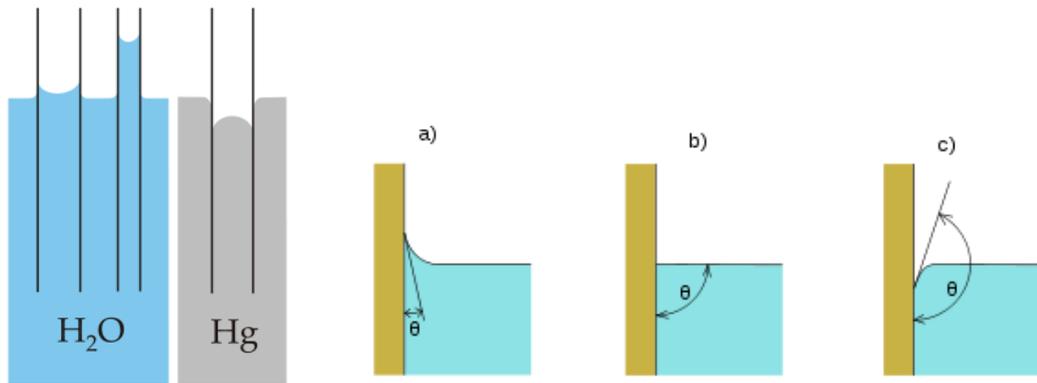
La principal característica de esta fuerza es que se opone a la deformación de la superficie del fluido. Su origen microscópico es la interacción electromagnética que ejercen las moléculas del interior del fluido sobre las del exterior. Mientras que una molécula de la región interior en promedio tiene el mismo número de moléculas que la atraen hacia todas las direcciones (y por tanto la resultante de las fuerzas es cero), una molécula de la región superficial tiene una fuerza resultante dirigida hacia el interior. Por tanto, desplazar una molécula de la superficie del fluido hacia el interior requiere un trabajo (energía por unidad de área) que es lo que conocemos como tensión superficial.

Se suele denotar por  $\gamma$  y su unidad SI es  $\frac{N}{m}$ .

Un aspecto relacionado es la **capilaridad**.

Si en un recipiente lleno de líquido colocamos un tubo delgado de radio  $r$ , observamos que el fluido asciende por el tubo hasta una altura determinada. Este efecto depende de la competición entre dos fuerzas: la de cohesión del líquido y la de adhesión entre el líquido y las paredes del tubo. Además, su superficie se deforma dejando una silueta convexa o cóncava (“menisco”) que forma un ángulo  $\theta$  entre las paredes del tubo y la superficie del fluido en contacto con ellas.

Como podemos ver en las siguientes figuras:



La altura  $h$  se alcanza cuando se igualan las fuerzas de tensión superficial y el peso de la columna de fluido.

La ley de Jurin:

$$h = \frac{2\gamma \cos\theta}{r \rho_f g}$$

Donde  $\gamma$  es la tensión superficial,  $r$  el radio del tubo,  $\theta$  el ángulo de contacto y  $\rho_f$  la densidad del fluido.

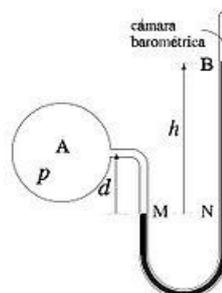
Cuanto mayor sea  $\gamma$  y menor el radio  $r$ , mayor será la altura  $h$ . Además, si el ángulo de contacto es mayor de  $\frac{\pi}{2}$ , la altura es negativa y el fluido desciende por el capilar.

Por ejemplo, de acuerdo con esta ley, el ascenso capilar de la savia por los árboles no se puede explicar únicamente por la tensión superficial, debido a que el xilema de los árboles es demasiado grande.

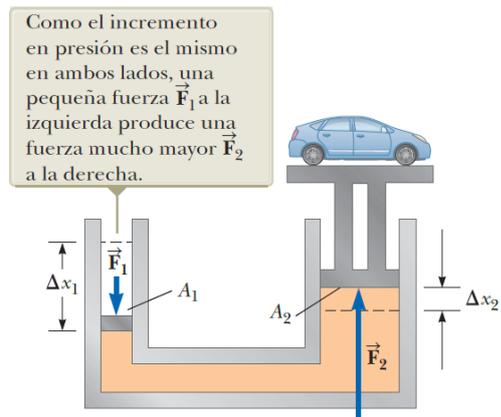
## 1.4. Aplicaciones

A lo largo del tema hemos visto las distintas aplicaciones basadas en los principios de la estática de fluidos:

- 1) **Manómetro y barómetro** a partir de la **ecuación fundamental de la hidrostática**.



2) **Prensa hidráulica a partir del principio de Pascal.**



3) **Balanza hidrostática y densímetro a partir del principio de Arquímedes.**

